

# Aula 4

## Leis de Kirchhoff

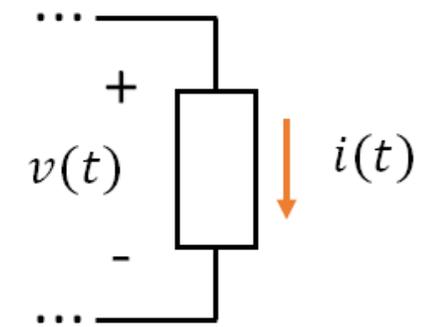
### Circuitos Elétricos I

Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

Corrente (A)	Tensão (V)
$i = \frac{dq}{dt}$	$v = \frac{d\omega}{dq}$

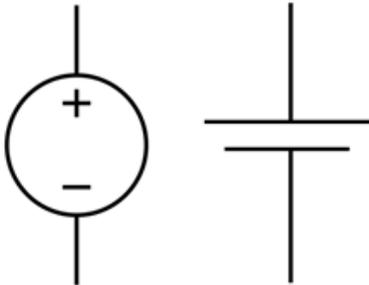
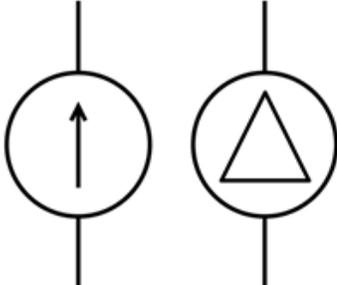
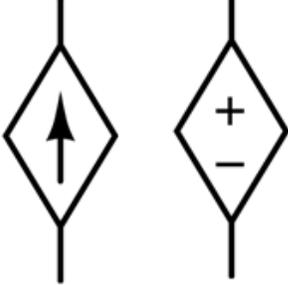
Potência (W)	Energia (J)
$p = \frac{d\omega}{dt}$	$\omega = \int p dt$

- Para a corrente indicamos a direção do fluxo da corrente
- Para a tensão indicamos a polaridade
- Potência é a velocidade com que se consome energia
- $p = v \cdot i$



- As fontes são representações gráficas de dispositivos capazes de converter energia elétrica em não elétrica e vice-versa. As fontes podem representar pilhas, motores, geradores. No entanto, devemos ter em mente que esses símbolos são representações matemáticas.

## Representações gráficas de fontes ideais

Fontes de tensão Independente	Fontes de corrente Independente	Fontes de corrente e tensão – dependentes
		

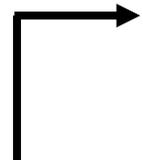
# Lei de Ohm

A partir de medidas experimentais, Simon Ohm concluiu de que todos os materiais sujeitos a uma diferença de potencial, apresentam uma resistência  $R$  de valor constante à passagem da corrente elétrica. O fluxo de cargas cresce proporcionalmente ao valor da tensão aplicada, obedecendo à equação abaixo:



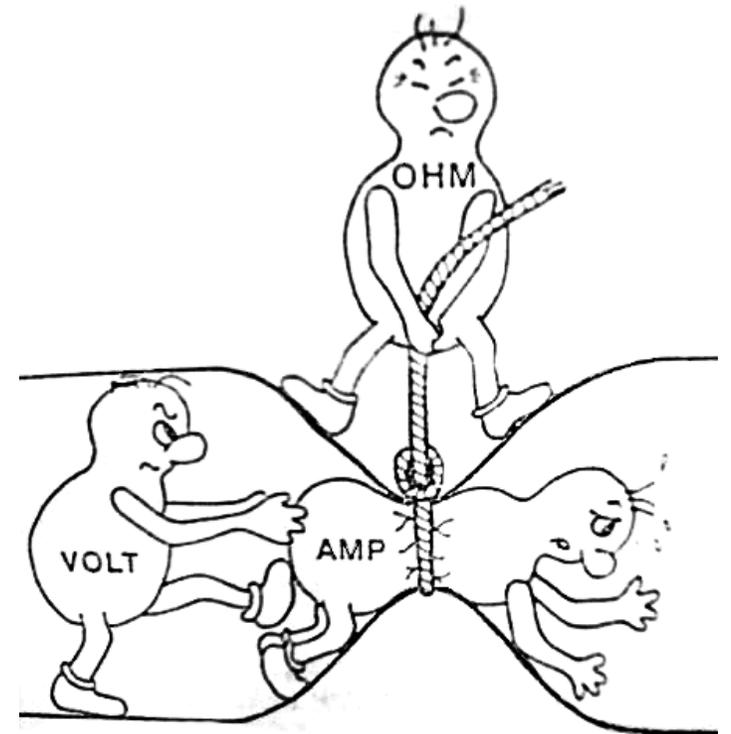
**Georg Simon Ohm**

1789 - 1854



**1ª Lei de Ohm**

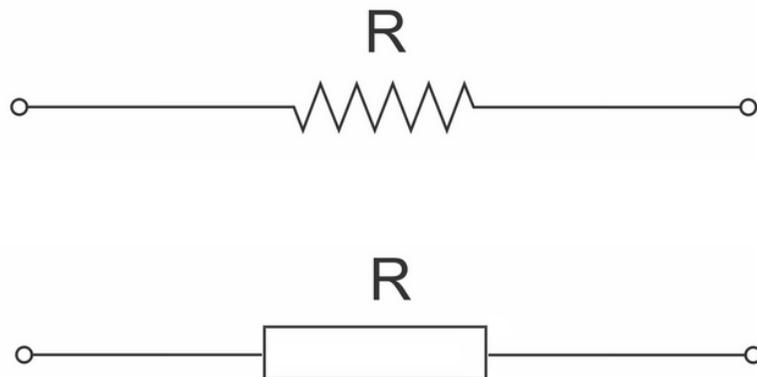
$$v = R \cdot i \quad \text{ou} \quad R = \frac{v}{i}$$



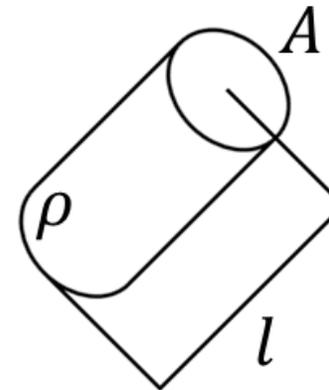
# Resistância elétrica ( $\Omega$ )

- **Resistância** elétrica é a propriedade dos materiais de **impedir o fluxo de cargas elétricas**.
- Por definição chama-se **resistância elétrica** de um condutor ao quociente da diferença de potencial entre seus extremos pela intensidade de corrente elétrica correspondente (**Lei de Ohm**).

Representação gráfica de uma resistência



Resistância em um cabo

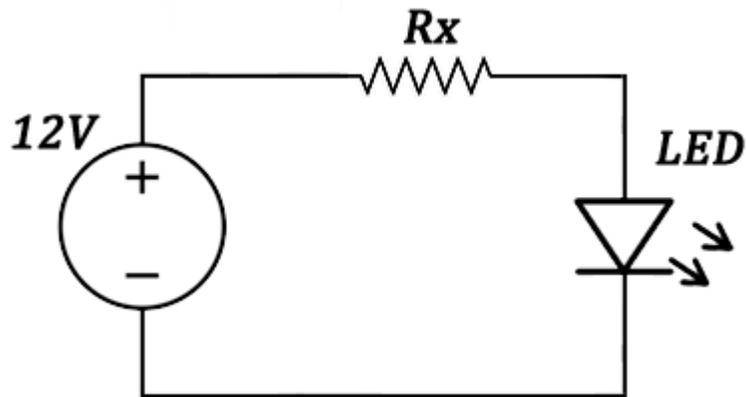


$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

**Exercício:** João quer “tunar” seu carro, para tal irá utilizar a bateria do carro (**12V**) para ligar um LED alto brilho. Desenhe o circuito.

\*\*\* Considere que o LED alto brilho possui as seguintes características: **60mW/3V**.

**Exercício:** João quer “tunar” seu carro, para tal irá utilizar a bateria do carro (**12V**) para ligar um LED alto brilho. Desenhe o circuito Considere que o LED alto brilho possui as seguintes características: **60mW/3V**.



$$V_{R_x} = 12 - 3 = 9V$$

$$R_x = \frac{v}{i}$$

$$P_{LED} = v \cdot i$$

$$60m = 3 \cdot i_{LED}$$

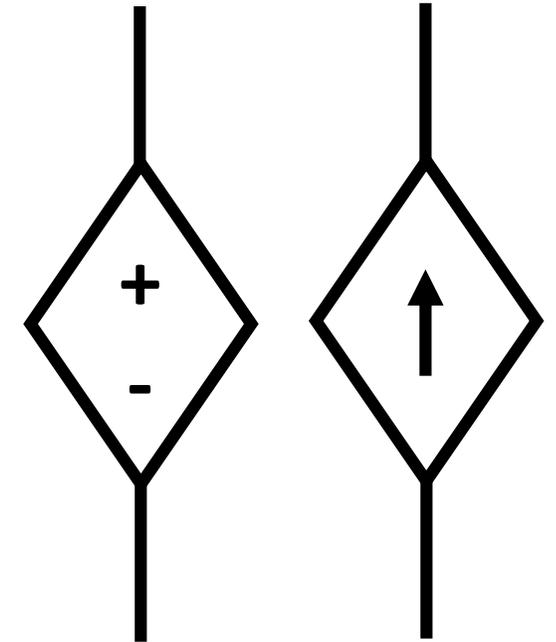
$$R_x = \frac{9}{20m}$$

$$i_{LED} = 20mA$$

$$R_x = 450\Omega$$

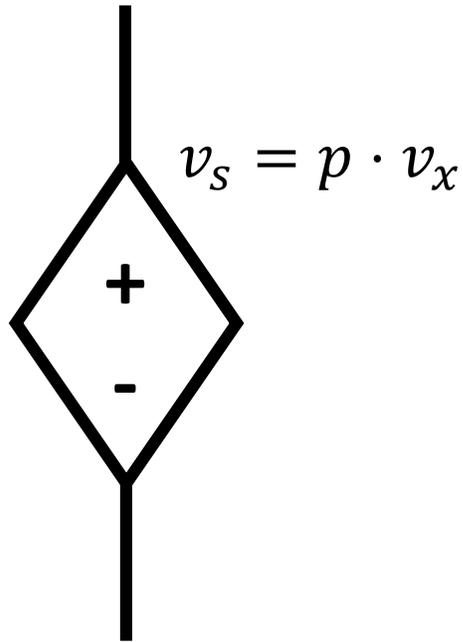
# Fontes dependentes

- Fontes dependentes são modelos matemáticos que representam fontes (geradores ou dissipadores) controladas, os parâmetros de tensão e corrente estarão em função da corrente ou tensão de outro elemento de circuito.
- Entre suas aplicações, podemos citar: modelagem de transistores, circuitos de amplificação, circuitos que estabelecem comunicações e etc.



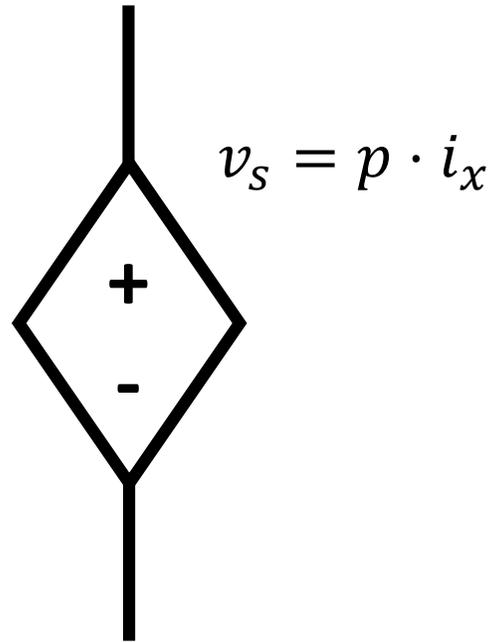
# Fontes dependentes

## Fontes de tensão dependente



**FTCT**

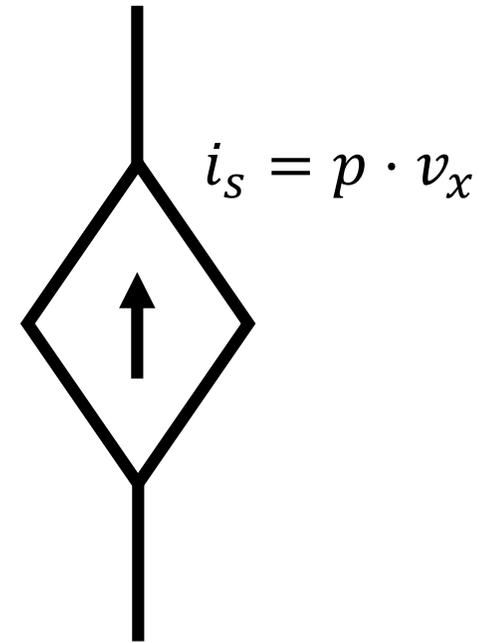
FTCT – Fonte de tensão controlada por tensão



**FTCC**

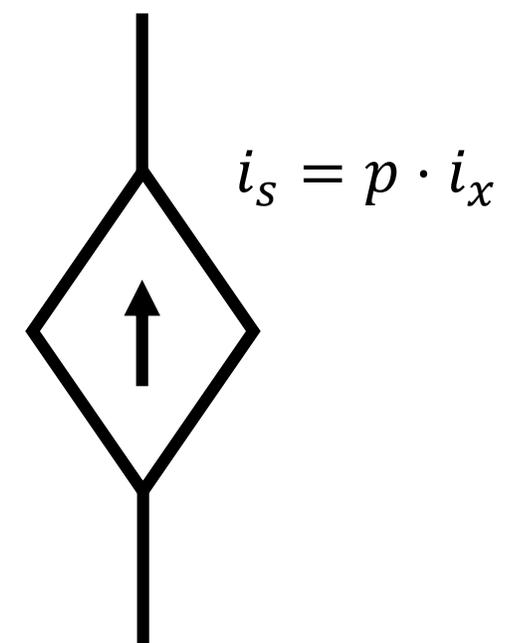
FTCC – Fonte de tensão controlada por corrente

## Fontes de corrente dependente



**FCCT**

FCCT – Fonte de corrente controlada por tensão



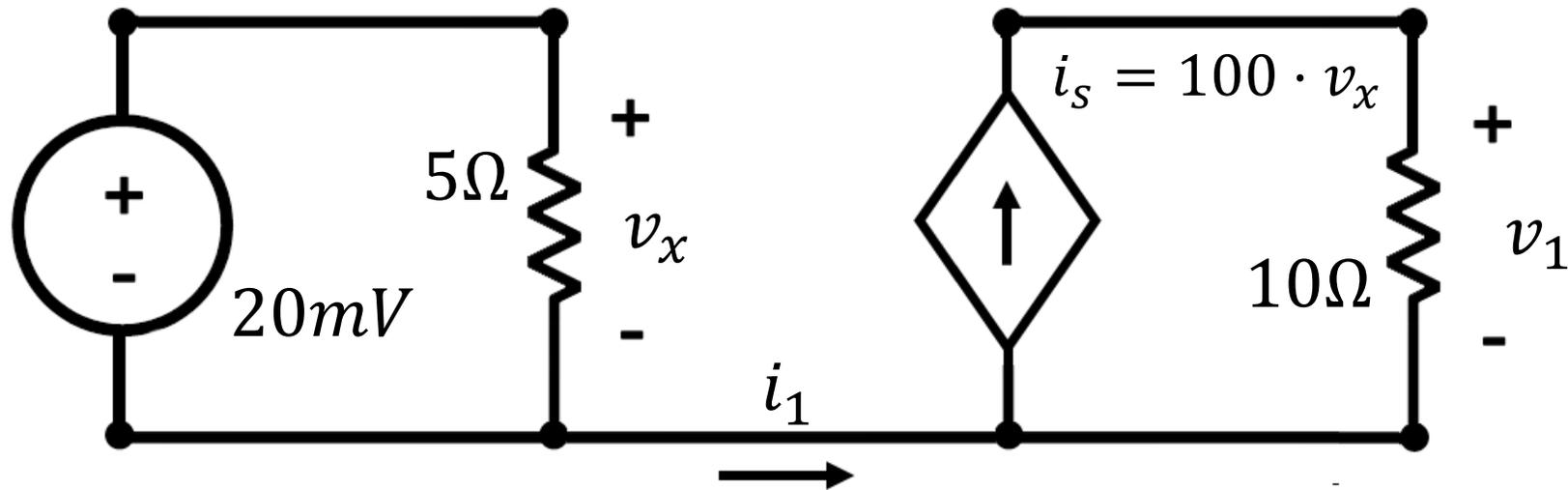
**FCCC**

FCCC – Fonte de corrente controlada por corrente

# Fontes dependentes

## Exemplo: Calcule $i_1$ e $v_1$

A corrente não flui por um condutor que não se encontra em um caminho fechado, portanto  $i_1=0$ .



$$v_x = 20mV$$

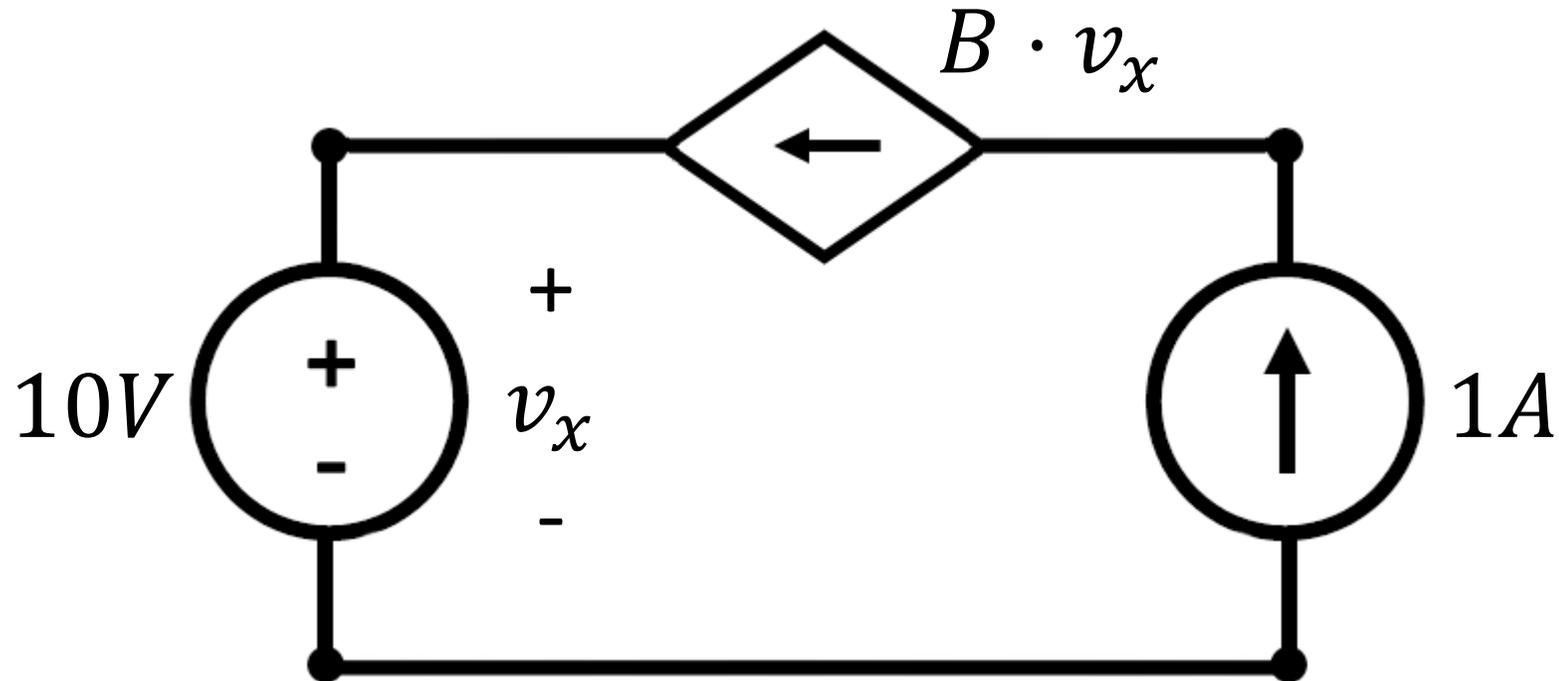
$$i_s = 100 \cdot v_x = 2A$$

$$v_1 = R \cdot i_s = 10 \cdot 2$$

$$\boxed{v_1 = 20V}$$

# Fontes dependentes

**Exercício:** Qual o valor de **B** para que a interconexão seja permissível?



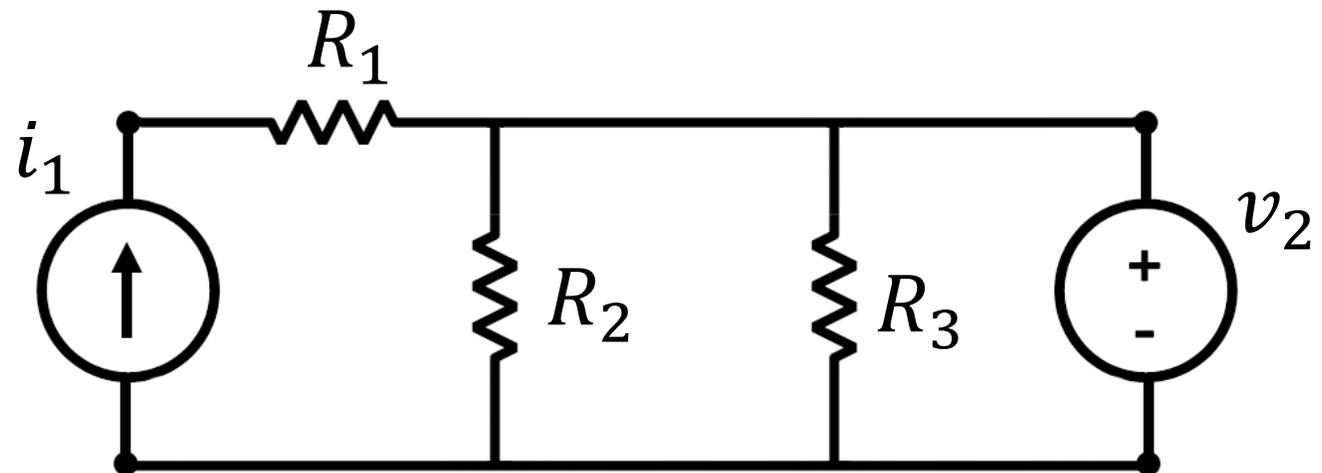
**Ramo:** representa um único componente (b)

**Nó:** é o ponto de encontro entre dois ou mais ramos (n)

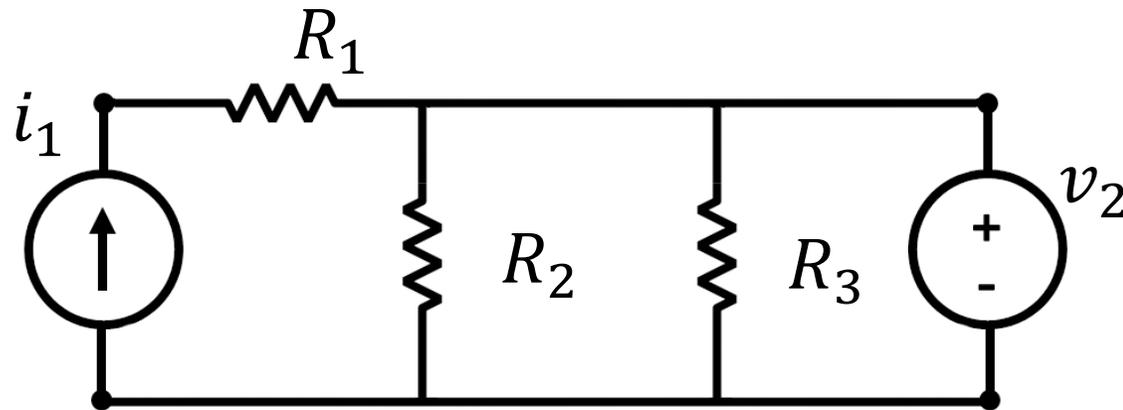
**Laço:** qualquer caminho fechado em um circuito (l)

Um caminho fechado iniciando-se em um nó, passando por uma série de nós e retornando ao nó de partida sem passar mais de uma vez pelo mesmo nó.

**Exercício:**  
Identifique os ramos  
nós e laços



# Topologia de rede



**5 Ramos:**  $v_1, R_1, R_2, R_3, v_2$

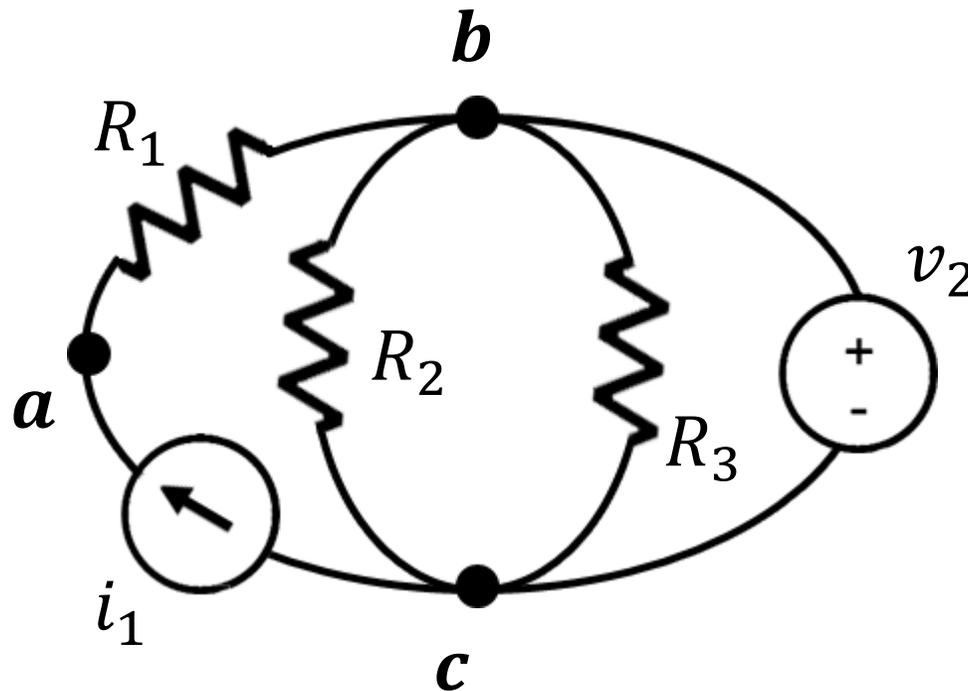
**3 Nós:**  $a, b, c$

**3 Laços:**

$$i_1 - R_1 - R_2 - i_1$$

$$i_1 - R_1 - R_3 - i_1$$

$$i_1 - R_1 - v_2 - i_1$$



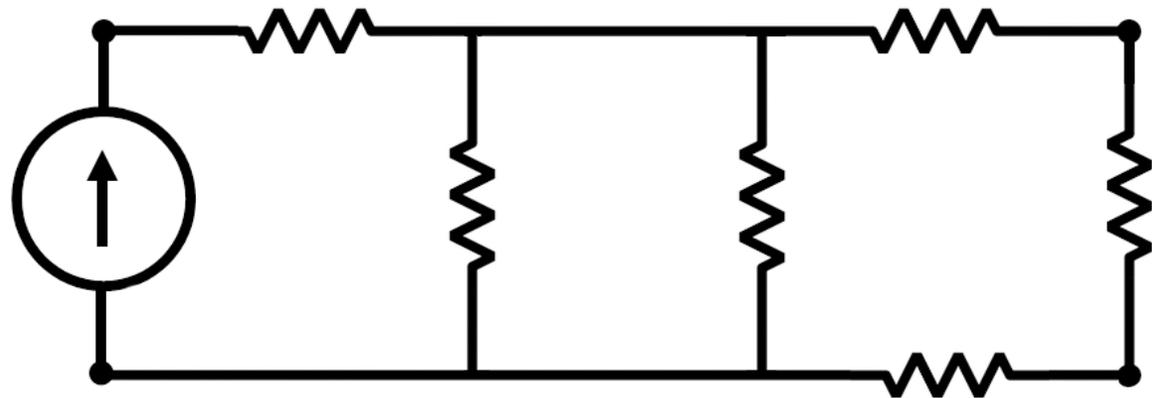
**Topologia das redes:**

$$b = l + n - 1$$

**Associação em paralelo:** Dois ou mais ramos estão em paralelo quando estiverem conectados aos mesmos dois nós, conseqüentemente terão a mesma tensão.

**Associação em série:** Dois ramos estarão em série se compartilharem exclusivamente um único nó, conseqüentemente transportarão a mesma corrente.

**Análise:**



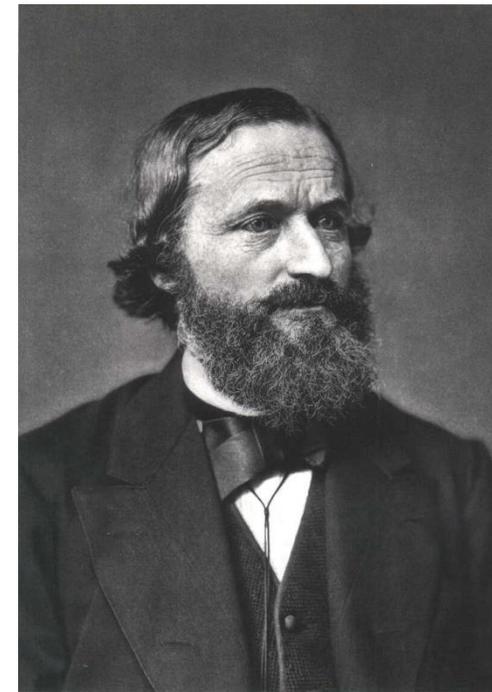
# Leis de Kirchhoff

**Lei de Ohm + Leis de Kirchhoff** formam um conjunto de ferramentas poderoso para analisar uma série de circuitos elétricos

**Georg Simon Ohm**

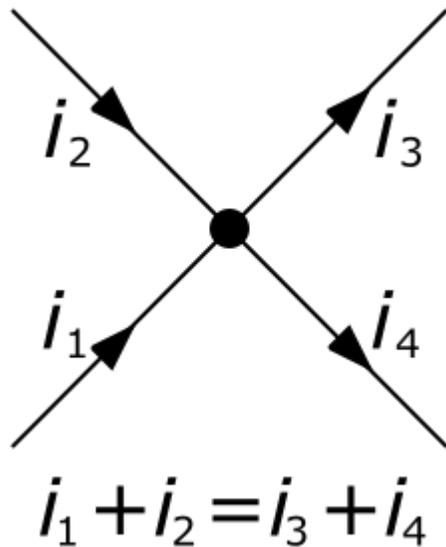


**Gustav Kirchhoff**



**LKC** – A lei de Kirchhoff para correntes afirma que a soma algébrica das correntes que “entram/saem” de um nó é igual a **zero**.

**\*\*\* Os nós não podem acumular carga**

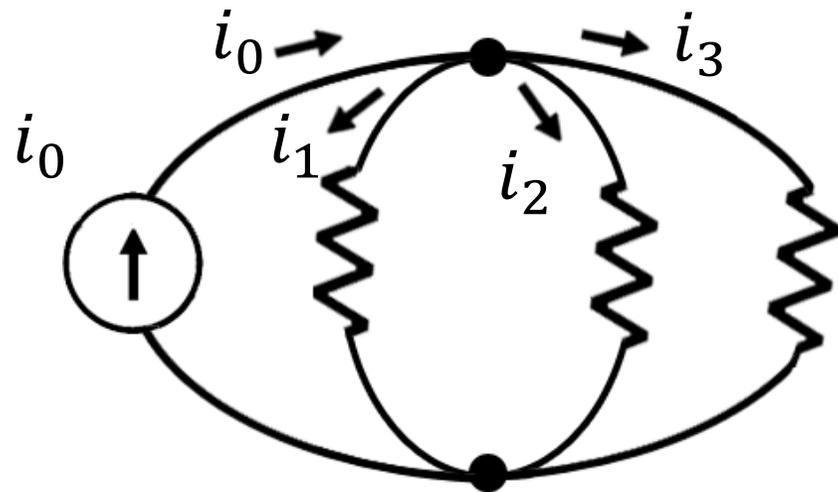
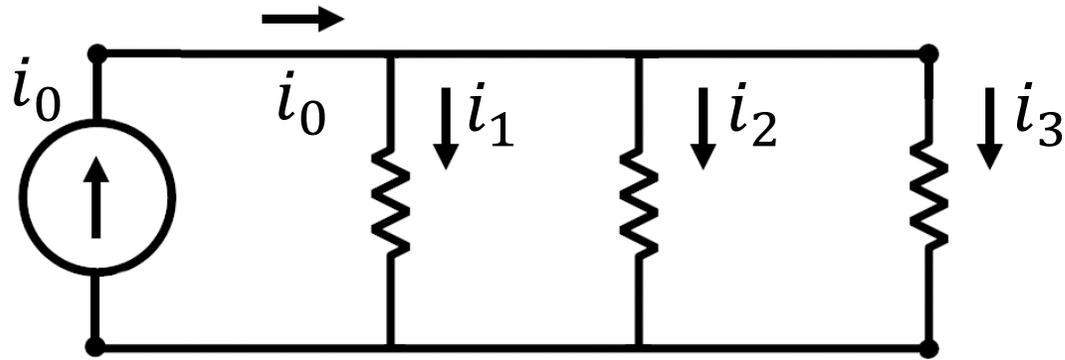


Podemos considerar **negativas** as correntes que “saem” e **positivas** as correntes que “entram” (ou vice-versa).

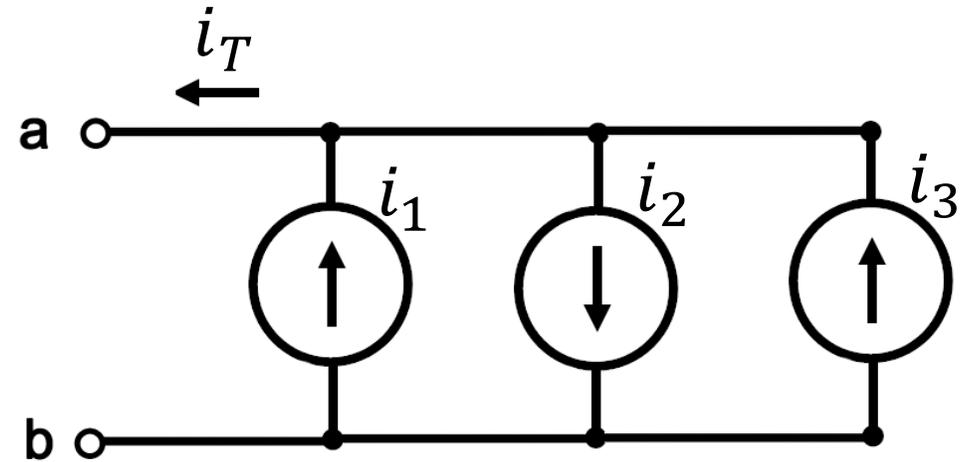
Correntes no nó:

$$\sum_{n=1}^k i_n = 0$$

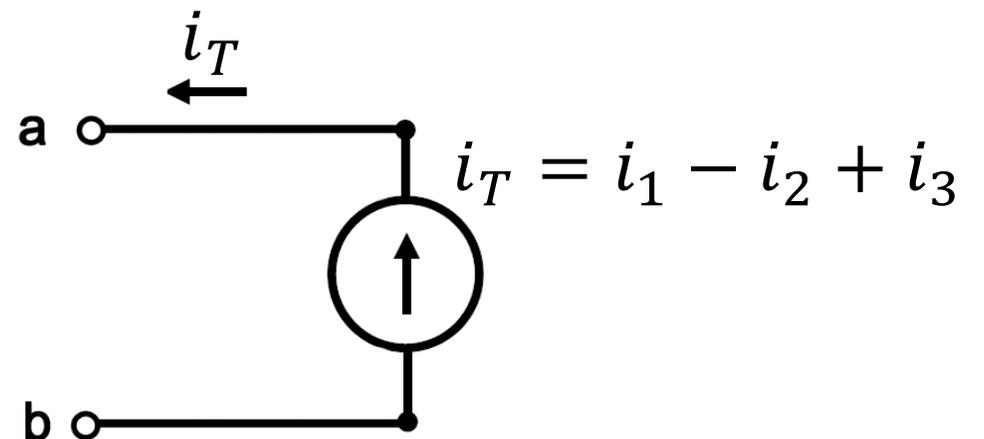
# Leis de Kirchhoff - LKC



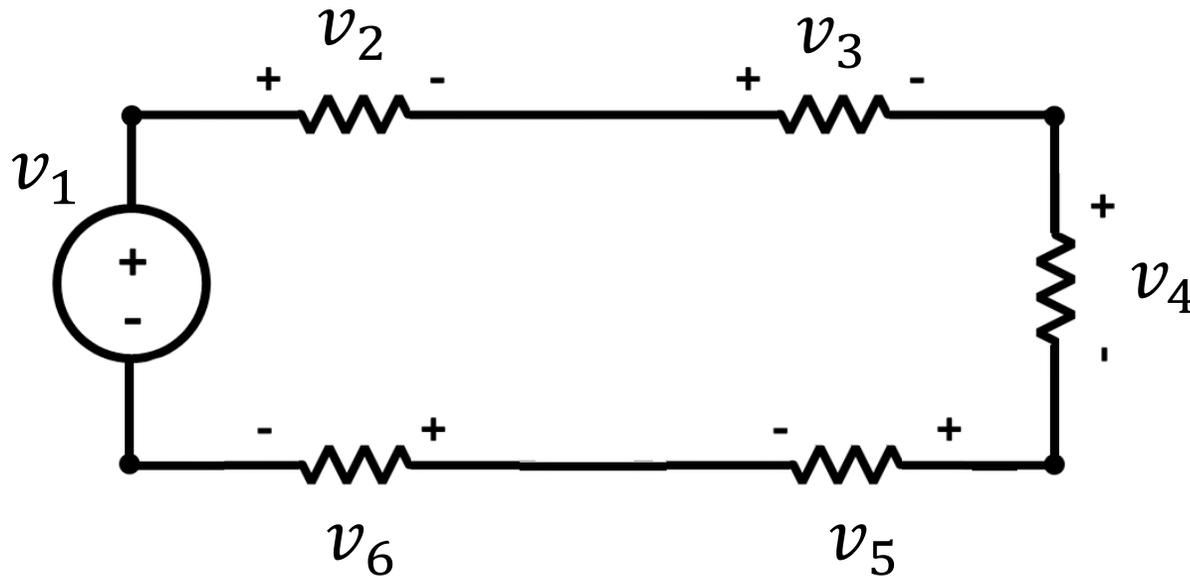
$$i_0 = i_1 + i_2 + i_3 \quad \text{ou}$$
$$i_0 - i_1 - i_2 - i_3 = 0$$



Relação de equivalência



**LKT** – A lei de Kirchhoff para tensões afirma que a soma algébrica das tensões em um caminho fechado (ou laço) é igual a zero.



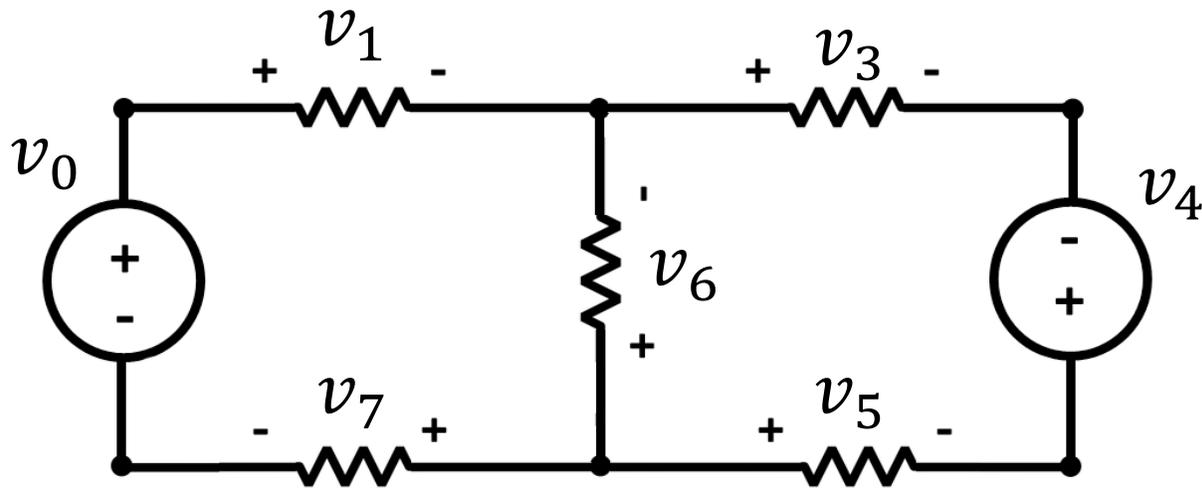
Tensões no laço:

$$\sum_{m=1}^k v_m = 0$$

$$-v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 = 0 \quad \text{ou}$$

$$+v_1 - v_2 - v_3 - v_4 - v_5 - v_6 = 0$$

# Leis de Kirchhoff - LKT

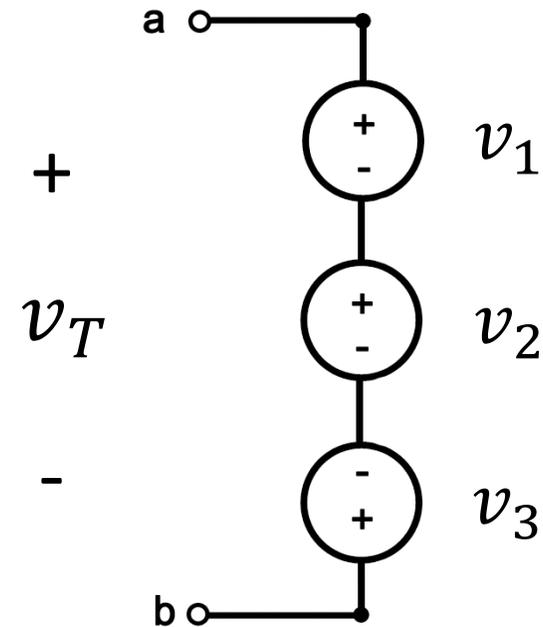


Possíveis equações:

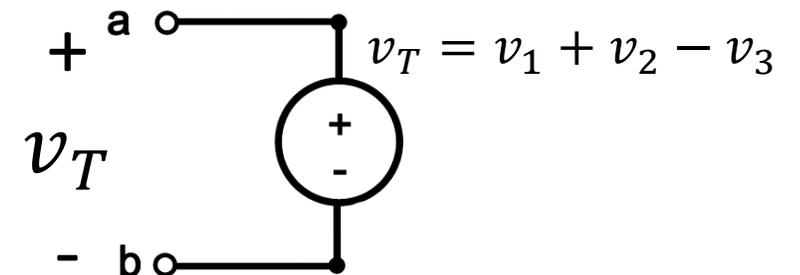
$$-v_0 + v_1 - v_6 + v_7 = 0$$

$$+v_6 + v_3 - v_4 - v_5 = 0$$

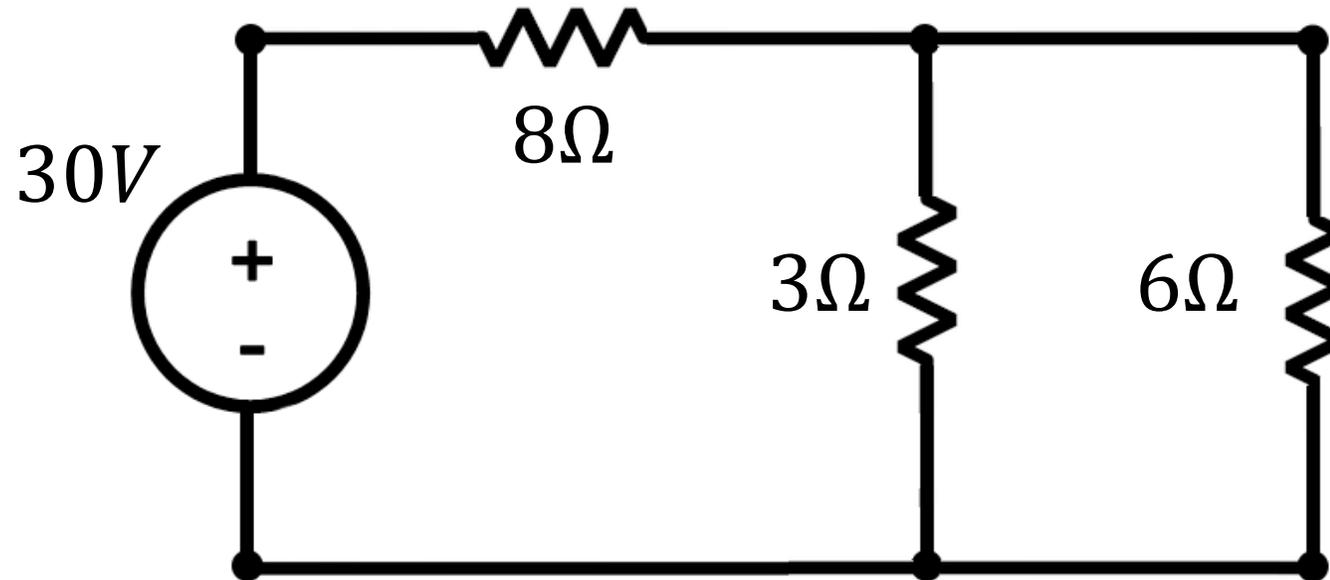
$$-v_0 + v_1 + v_3 - v_4 - v_5 + v_7 = 0$$



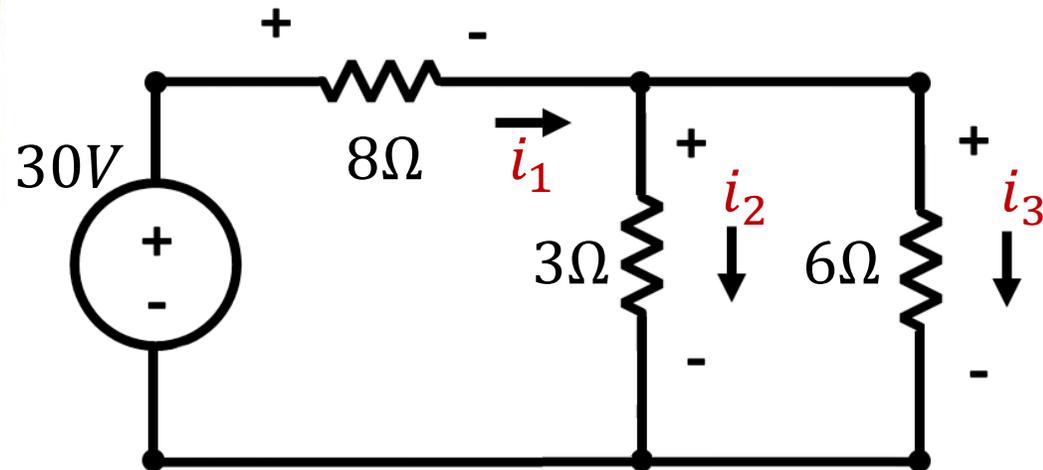
Relação de equivalência



**Exercício:** Calcule a potência dissipada por cada resistor.



**Exercício:** Calcule a potência dissipada por cada resistor.



**LKT**

$$\begin{cases} -30 + 8i_1 + 3i_2 = 0 \\ -3i_2 + 6i_3 = 0 \end{cases}$$

**LKC**

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$8i_1 + 3i_2 = 30$$

$$-3i_2 + 6i_3 = 0$$

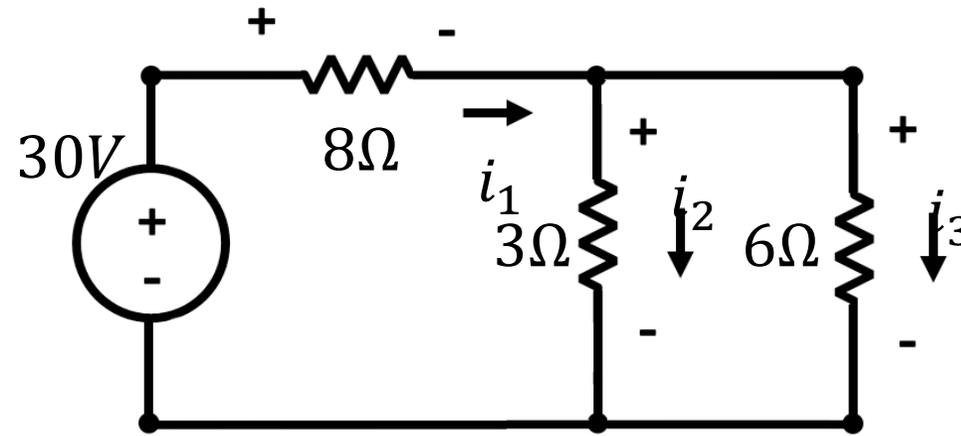
$$i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$i_1 = 3A$$

$$i_2 = 2A$$

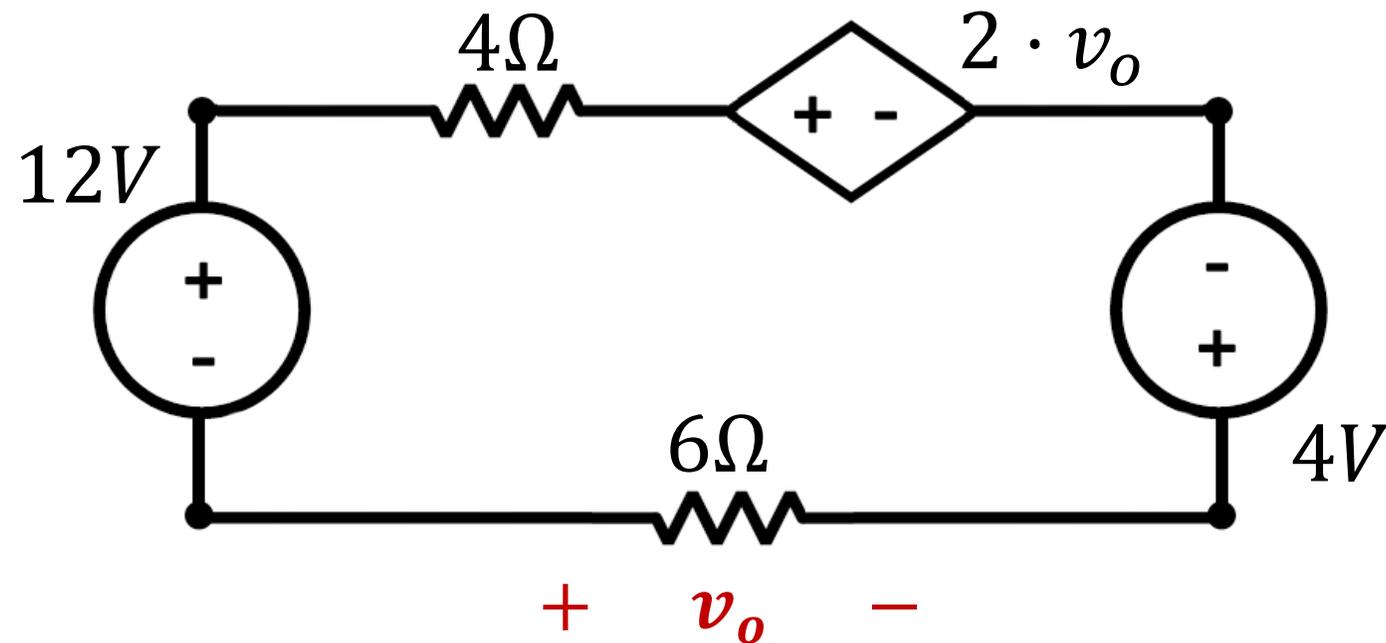
$$i_3 = 1A$$

**Exercício:** Calcule a potência dissipada por cada resistor.

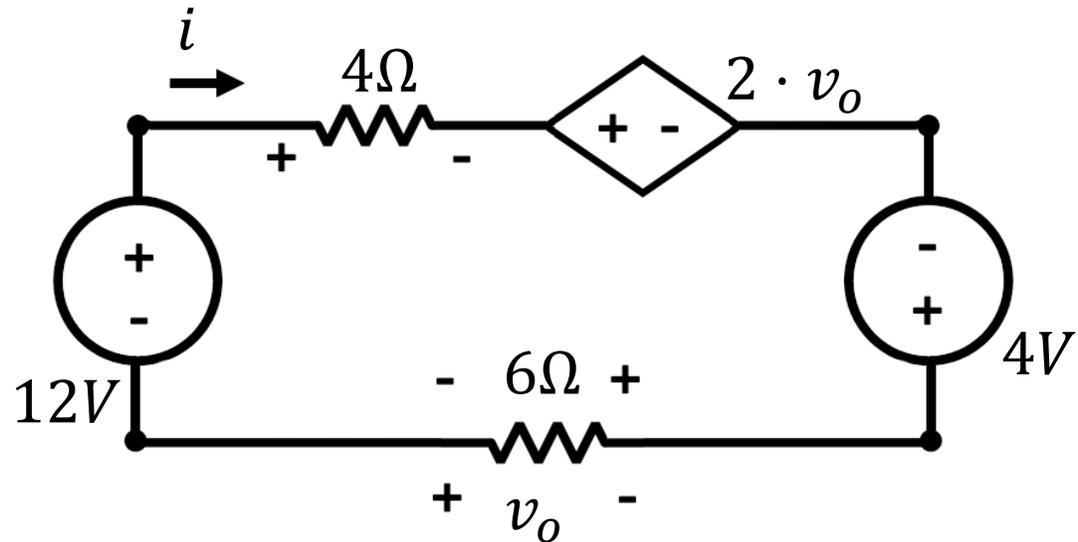


Componente	Tensão	Corrente	Resistância	Potência
Fonte	30V	3A	X	-90W
Resistor 8Ω	-	3A	8Ω	72W
Resistor 3Ω	-	2A	3Ω	12W
Resistor 6Ω	-	1A	6Ω	6W
			<b>Soma</b>	<b>0W</b>

**Exercício:** Calcule o valor de  $v_o$  e a tensão da fonte dependente.



**Exercício:** Calcule o valor de  $v_o$  e a tensão da fonte dependente.



$$-12 + 4 \cdot i + 2 \cdot v_o - 4 + 6 \cdot i = 0$$

$$v_{6\Omega} = 6 \cdot i$$

$$v_o = -v_{6\Omega}$$

$$v_o = -6 \cdot i$$

$$-12 + 4 \cdot i + 2 \cdot (-6 \cdot i) - 4 + 6 \cdot i = 0$$

$$-16 + i \cdot (4 - 12 + 6) = 0$$

$$i = -8A \text{ (arbitrei errado)}$$

$$v_o = -6 \cdot (-8) = 48V$$

$$v_{\text{fonte dep}} = 2 \cdot 48 = 96V$$

# Associação de resistores em Série

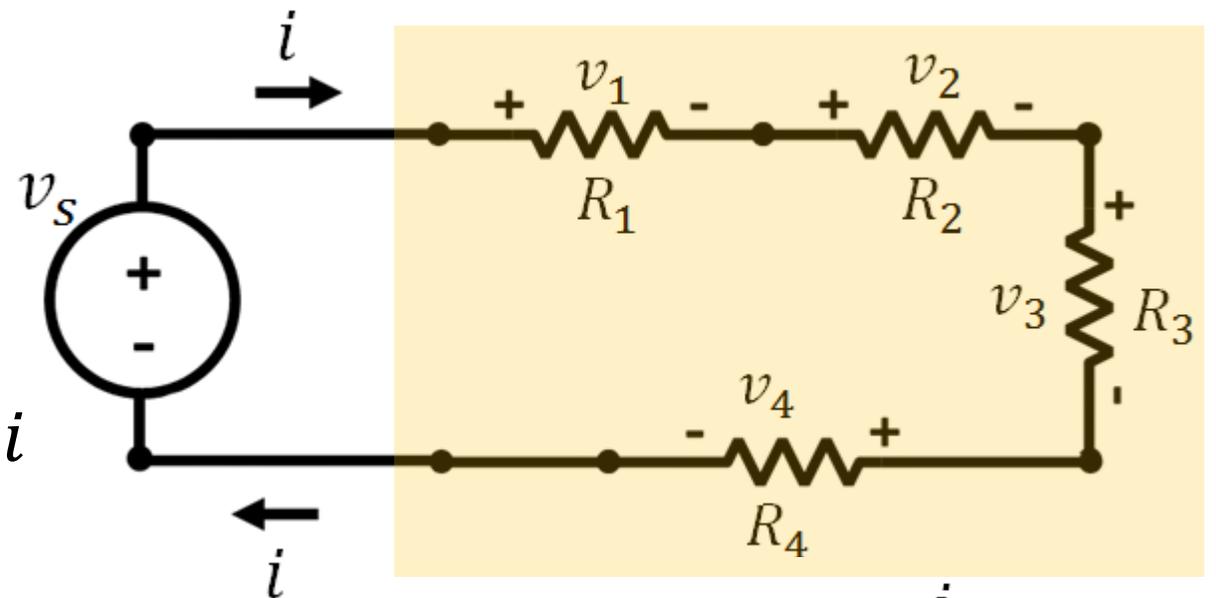
$$-v_s + v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 0$$

$$v_s = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$$

$$v_s = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + R_3 \cdot i + R_4 \cdot i$$

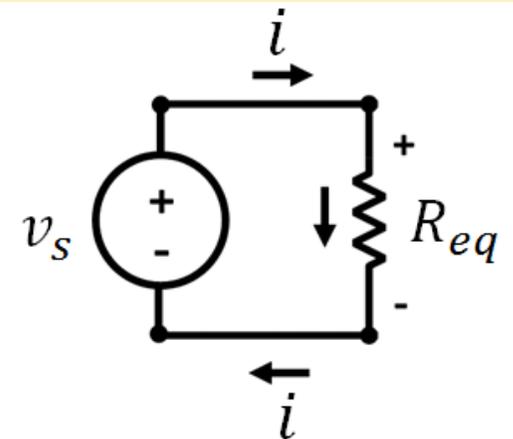
$$v_s = i \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4)$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$



$$v_s = i \cdot R_{eq}$$

$$i = v_s \cdot \frac{1}{R_{eq}}$$



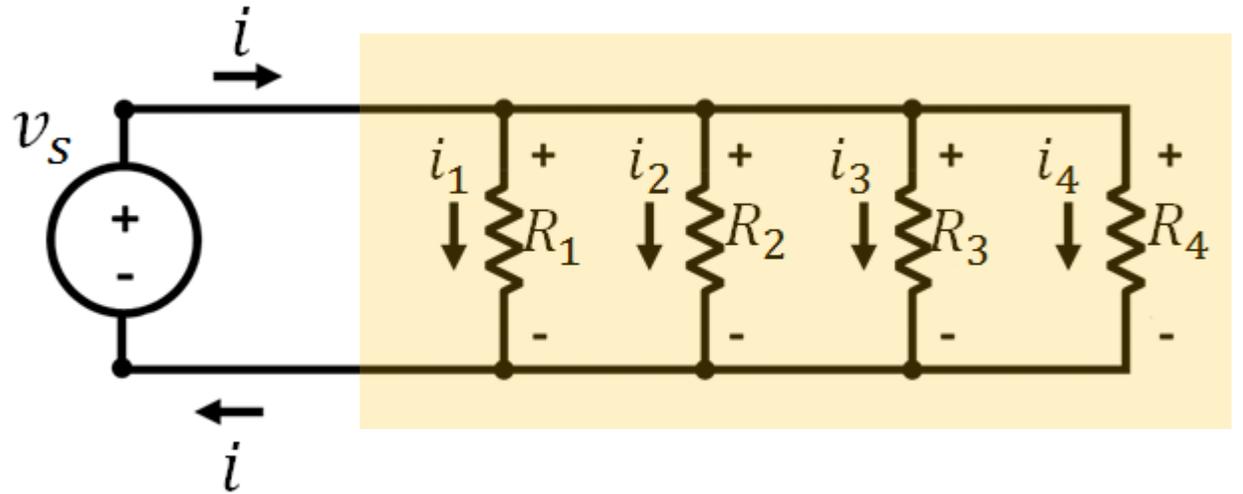
# Associação de resistores em paralelo

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + i_4$$

$$i = \frac{v_s}{R_1} + \frac{v_s}{R_2} + \frac{v_s}{R_3} + \frac{v_s}{R_4}$$

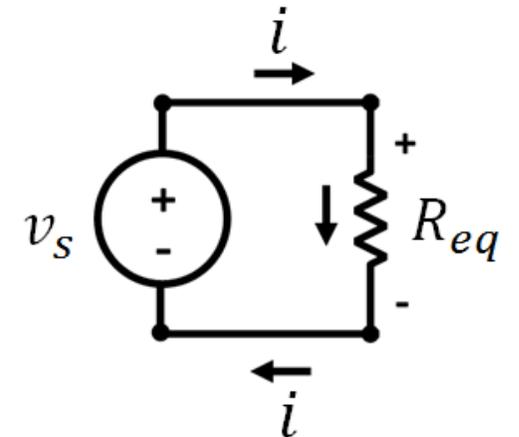
$$i = v_s \cdot \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right)$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$



$$v_s = i \cdot R_{eq}$$

$$i = v_s \cdot \frac{1}{R_{eq}}$$

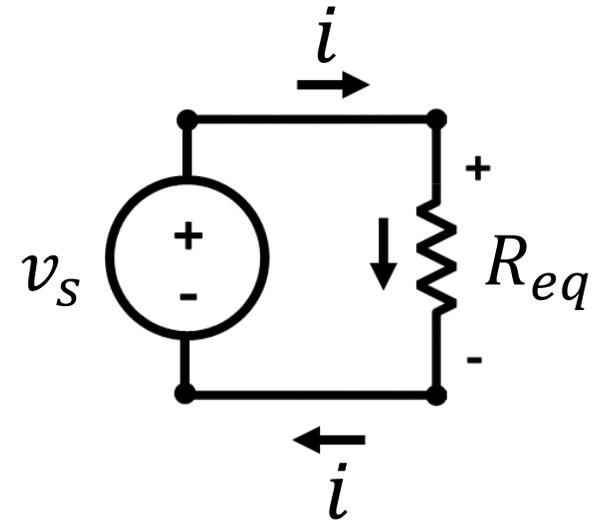
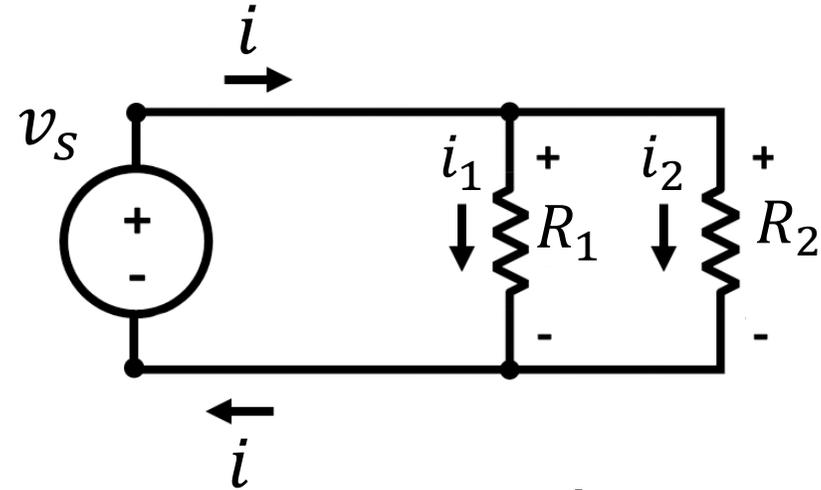


# Associação de resistores em paralelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

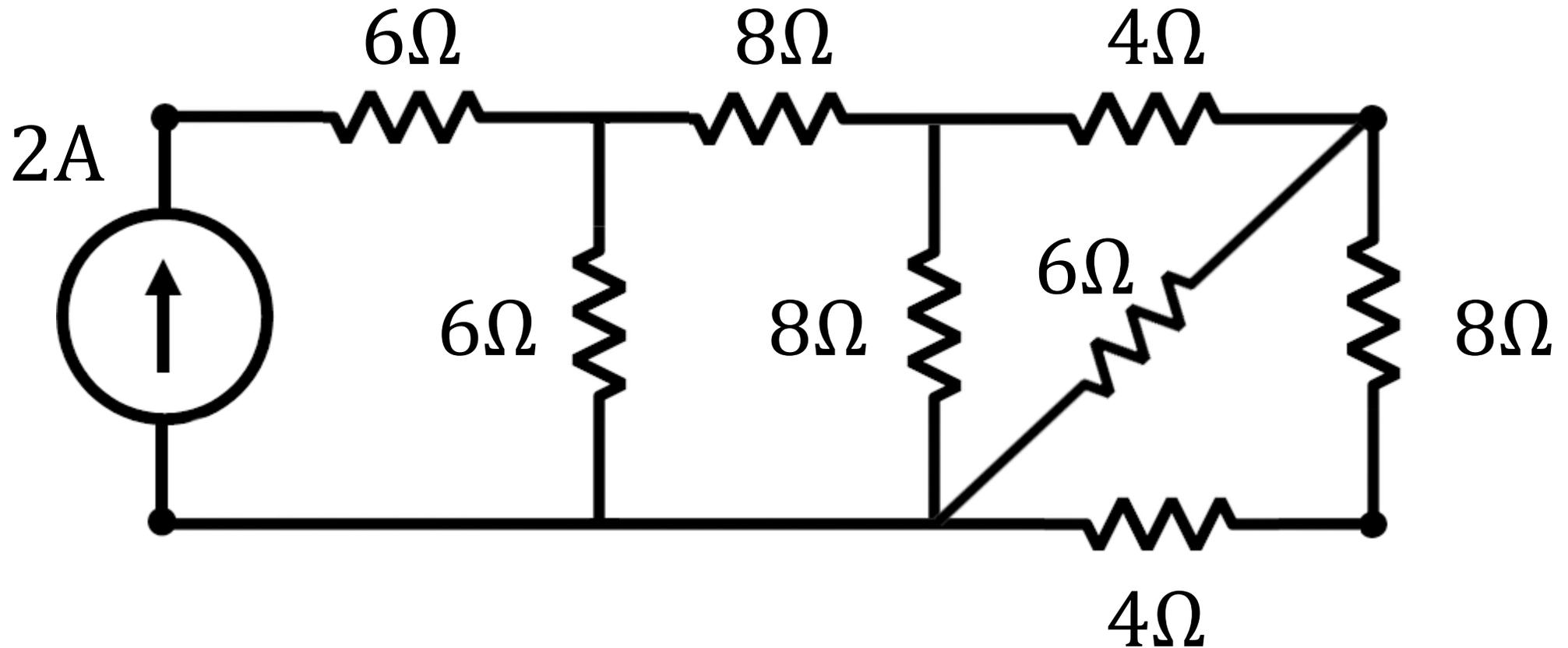
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



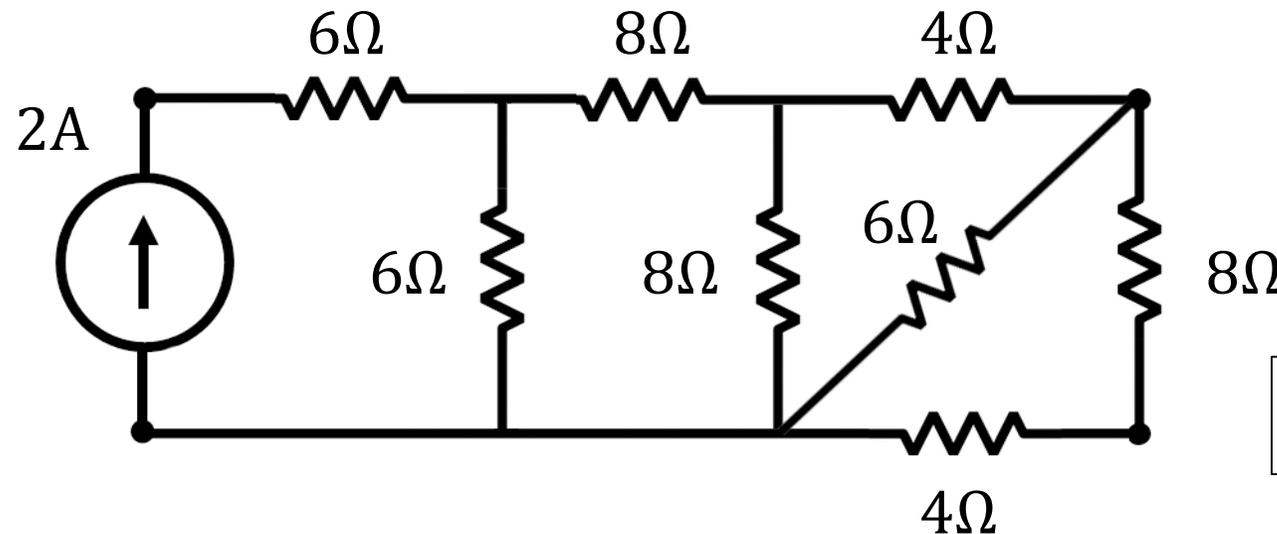
# Associação de resistores

**Exercício:** Calcule a potência da fonte de corrente



# Associação de resistores

**Exercício:** Calcule a potência da fonte de corrente



$$R_{eq} = 10\Omega$$

$$v_{fonte} = 2 \cdot 10 = 20V$$

$$P_{fonte} = -20 \cdot 2 = -40W$$

$$R_{eq} = \left( \left( \left( \left( \left( (8 + 4) \parallel 6 \right) + 4 \right) \parallel 8 \right) + 8 \right) \parallel 6 \right) + 6 = 10\Omega$$